

## PRZEDMIOTOWY SYSTEM OCENIANIA

### MATEMATYKA

Przedmiotowy system oceniania z matematyki jest spójny ze Statutem Liceum Ogólnokształcącego im. Stanisława Lema w Stanisławowie Pierwszym. Wymagania edukacyjne podane są w oparciu o podstawę programową z matematyki i realizowany na lekcjach matematyki program nauczania.

Nauczyciel zapoznaje uczniów z wymaganiami edukacyjnymi oraz przedmiotowym systemem oceniania na pierwszych zajęciach lekcyjnych w danym roku szkolnym, rodzicom wskazuje możliwość zapoznania się z dokumentem na stronie internetowej szkoły lub bezpośrednio u nauczyciela bądź w bibliotece szkolnej.

Ocenie podlegają umiejętności i wiadomości określone wymaganiami edukacyjnymi. Na ocenę śródroczną i roczną uczeń pracuje przez cały semestr/rok.

#### I. **Formy sprawdzania osiągnięć edukacyjnych uczniów.**

Ocena na koniec pierwszego i drugiego śródroczna wystawiana jest na podstawie ocen częściowych takich jak: oceny za sukcesy w konkursach matematycznych, oceny z prac klasowych, z kartkówek, za rozwiązanie zadania w trakcie lekcji, z pracy dodatkowej, odpowiedzi ustnej, aktywności oraz pracy domowej. Ocena końcowa nie jest średnią arytmetyczną ocen częściowych.

##### 1. **Prace klasowe**, zapowiedziane co najmniej tydzień wcześniej.

- Uczeń jest zobowiązany do poprawy oceny niedostatecznej z pracy klasowej w ciągu trzech tygodni od otrzymania oceny niedostatecznej w terminie uzgodnionym z nauczycielem.
- Uczeń ma prawo do poprawy oceny z pracy klasowej innej niż niedostateczna, w terminie uzgodnionym z nauczycielem, nie później niż do trzech tygodni od otrzymania oceny.
- Przy poprawianiu prac klasowych kryteria ocen nie zmieniają się.
- W przypadku nieobecności na pracy klasowej uczeń ma obowiązek w ciągu tygodnia od powrotu do szkoły uzgodnić z nauczycielem termin napisania zaległej pracy. Jeśli nie wywiąże się z tego, nauczyciel bez uzgadniania z uczniem terminu, w dowolnym czasie, prosi ucznia o napisanie przygotowanego dla niego zaległego sprawdzianu.

##### 2. **Kartkówki** obejmujące materiał maksymalnie z trzech tematów, zapowiedziane lub niezapowiedziane, trwające do 20 minut.

- Jeśli praca klasowa z danego działu obejmuje zakresem materiał z wcześniejszej kartkówki, to ocena z tej pracy klasowej jest równoznaczna z poprawieniem kartkówki.

3. **Odpowiedź ustna** obejmująca materiał maksymalnie z trzech ostatnich tematów oraz treści wcześniejszych powiązanych z pytaniami.

4. **Rozwiązywanie zadań w trakcie lekcji** indywidualnie lub podczas pracy w grupach, z trzech ostatnich tematów lub materiału realizowanego aktualnie na lekcji. Za poprawne rozwiązanie przy tablicy krótkiego zadania, przykładu, podpunktu zadania uczeń może otrzymać plus.

5. **Prace domowe** zadawane z lekcji na lekcję lub na wyznaczony przez nauczyciela termin.

- Uczeń jest zobowiązany do odrabiania prac domowych na bieżąco w zeszycie lub wskazanej przez nauczyciela innej formie.
- Sprawdzanie i ocenianie wybranej przez nauczyciela pracy domowej może odbywać się w formie odpowiedzi ustnej lub kartkówki (cała klasa lub wybrani uczniowie).

6. **Prace dodatkowe**

- Udział i osiągnięcia w konkursach matematycznych.
- Prace dla chętnych, podczas lekcji lub jako prace domowe. Oddane w terminie podlegają na życzenie ucznia ocenie, jeśli potrafi on powtórzyć w klasie swoje rozwiązanie na analogicznym zadaniu/problemie.

7. **Aktywność i zaangażowanie** oceniane na lekcji za pomocą plusów i minusów. Uczeń otrzymuje plus, gdy:

- wyjaśnia zadanie (domowe lub z lekcji) pozostałym uczniom,
- dobrze odpowiedział na pytanie zadane podczas lekcji,
- dobrze rozwiązał samodzielnie krótkie zadanie, przykład na tablicy,
- był dociekliwy, zadawał trafne pytania, w celu zrozumienia treści,
- zauważył błąd nauczyciela bądź kolegi w rozwiązaniu zadania,
- podał celną wskazówkę, pomocną w rozwiązaniu zadania.

Uzyskanie przez ucznia 5 „plusów” jest jednoznaczne z otrzymaniem oceny bardzo dobrej.

Uczeń otrzymuje minus, gdy:

- zapytany podczas lekcji nie zna wzoru, twierdzenia, definicji wprowadzonych na poprzednich lekcjach.

Uzyskanie przez ucznia 5 „minusów” jest jednoznaczne z otrzymaniem oceny niedostatecznej.

8. **Prace klasowe i kartkówki są punktowane. Punkty przelicza się na oceny według skali:**

- |                          |           |
|--------------------------|-----------|
| • celujący (6)           | 99 – 100% |
| • bardzo dobry plus (5+) | 97– 98%   |
| • bardzo dobry (5)       | 94– 96%   |

|                            |          |
|----------------------------|----------|
| • bardzo dobry minus (5-)  | 90 – 93% |
| • dobry plus (4+)          | 85 – 89% |
| • dobry (4)                | 78 – 84% |
| • dobry minus (4-)         | 75 – 77% |
| • dostateczny plus (3+)    | 70 – 74% |
| • dostateczny (3)          | 59 – 69% |
| • dostateczny minus (3-)   | 55 – 58% |
| • dopuszczający plus (2+)  | 50 – 54% |
| • dopuszczający (2)        | 45 – 49% |
| • dopuszczający minus (2-) | 40 – 44% |
| • niedostateczny plus (1+) | 30 – 39% |
| • niedostateczny (1)       | 0 – 29%. |

#### **9. Przy sprawdzaniu prac pisemnych obowiązują następujące zasady:**

- Punkty przyznawane są tylko za czynności zgodne z tematem zadania. Jeżeli uczeń wykonuje czynności poprawne, ale „nie na temat”, nie otrzymuje punktów.
- Nie są przyznawane punkty za obliczenia, gdy wynikają one ze stosowania błędnej metody.
- Jeżeli w rozwiązaniu uczeń popełnia błąd, który nie powoduje drastycznego obniżenia trudności zadania i z tym błędem rozwiązuje zadanie do końca, to otrzymuje punkty za dalszą część rozwiązania, pod warunkiem, że nie popełnia w niej błędów.
- Jeżeli uczeń stosuje metodę różną od omawianej na lekcji, a rozwiązanie jest w pełni poprawne, otrzymuje pełną liczbę punktów.

#### **II. Postanowienia ogólne (nieprzygotowania, wgląd do pracy i inne)**

1. Uczeń ma wgląd do swojej pracy pisemnej na lekcji lub w terminie indywidualnie ustalonym z nauczycielem, a rodzice w szkole w obecności nauczyciela matematyki lub wychowawcy danego ucznia.
2. Sprawdziany i kartkówki są przechowywane do wglądu do końca sierpnia w danym roku szkolnym.
3. Uczeń, który opuścił więcej niż 50 % lekcji, może nie być klasyfikowany, jeżeli nauczyciel nie będzie mógł ocenić wiedzy posiadanej przez ucznia.
4. Uczeń ma prawo do zgłoszenia nieprzygotowania do lekcji (brak zeszytu, brak podręcznika lub brak zbioru zadań – jeden na ławce, brak gotowości do odpowiedzi ustnej lub niezapowiedzianej kartkówki, brak pracy domowej, brak kalkulatora lub innych wskazanych przez nauczyciela pomocy dydaktycznych) na poziomie rozszerzonym trzy razy w semestrze, na poziomie podstawowym dwa razy w semestrze. Nieprzygotowanie należy zgłosić nauczycielowi niezwłocznie po wejściu do klasy, przed rozpoczęciem przez niego zajęć. Nieprzygotowania nie można zgłosić do pracy klasowej, lekcji powtórzeniowej i zapowiedzianej kartkówki.

5. Nauczyciel informuje ucznia, na co najmniej tydzień przed klasyfikacją, o proponowanej ocenie śródrocznej/rocznej. Jeżeli proponowana ocena roczna jest oceną niedostateczną, a uczeń był obecny na pracach klasowych i ich poprawach, może podjąć próbę poprawienia oceny na własną prośbę. Niezwłocznie po otrzymaniu informacji na temat zagrożenia uczeń informuje nauczyciela o chęci napisania dodatkowej poprawy, a nauczyciel przygotowuje zestaw zadań na dowolną ocenę, z materiału obejmującego dział, których uczeń mimo popraw nie zaliczył. Praca ta jest oceniana według tych samych kryteriów co bieżące prace klasowe. Ocena roczna ustalona przez nauczyciela po sprawdzeniu tej pracy jest ostateczna (w przypadku oceny niedostatecznej może być zmieniona jedynie w wyniku egzaminu poprawkowego).

### **III. Ogólne kryteria ocen z matematyki**

1. Ocenę celującą otrzymuje uczeń, który:
  - posiada pełną, logicznie powiązaną lub wykraczającą poza obowiązujący program nauczania wiedzę
  - twórczo rozwija własne uzdolnienia i zainteresowania
  - pomysłowo i oryginalnie rozwiązuje nietypowe zadania
  - uzyskuje oceny celujące z prac klasowych i kartkówek
  - bierze udział i osiąga sukcesy w szkolnych i pozaszkolnych konkursach matematycznych
  - wykonuje prace dodatkowe, zlecone przez nauczyciela
2. Ocenę bardzo dobrą otrzymuje uczeń, który opanował pełny zakres wiedzy i umiejętności określony programem nauczania oraz
  - sprawnie posługuje się zdobytymi wiadomościami,
  - rozwiązuje samodzielnie problemy teoretyczne i praktyczne w sposób twórczy w sytuacjach trudnych i nietypowych
3. Ocenę dobrą otrzymuje uczeń, który posiada wiedzę określoną kryteriami oceny dobrej oraz
  - prawidłowo stosuje wiadomości
  - rozwiązuje samodzielnie (czasami z drobnymi wskazówkami nauczyciela) typowe zadania teoretyczne lub praktyczne z elementami problemowymi
  - wykazuje aktywną postawę wobec trudnych i nietypowych zagadnień.
4. Ocenę dostateczną otrzymuje uczeń, który opanował wiadomości i umiejętności określone kryteriami oceny dostatecznej oraz
  - rozwiązuje typowe zadania teoretyczne i praktyczne o średnim stopniu trudności
  - potrafi objaśniać niektóre zagadnienia, dokonuje uogólnień z pomocą nauczyciela
  - stosuje podstawową wiedzę w sytuacjach problemowych z pomocą nauczyciela
5. Ocenę dopuszczającą otrzymuje uczeń, który opanował wiedzę określoną kryteriami oceny dopuszczającej oraz
  - Rozwiązuje zadania teoretyczne i praktyczne o niewielkim stopniu trudności

- Rozumie podstawowe zagadnienia wyrażone w sposób prosty i jednoznaczny.
6. Ocenę niedostateczną otrzymuje uczeń, który
- posiada tak duże braki w wiadomościach i umiejętnościach, że uniemożliwiają one dalsze zdobywanie wiedzy,
  - nie jest w stanie rozwiązać zadań o elementarnym stopniu trudności.

## Wymagania na poszczególne oceny

### KLASA 3

### ZAKRES PODSTAWOWY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.

#### I. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

|   |                                                                       |
|---|-----------------------------------------------------------------------|
| 1 | Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych. |
| 2 | Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych                        |
| 3 | Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych                           |
| 4 | Działania na ułamkach algebraicznych                                  |
| 5 | Równania wymierne                                                     |
| 6 | Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych                      |

**Uczeń:**

| 2                                                                                                                                                                                                                             | 3                                                                                |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej                                                                                                                                                                             | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych    |
| potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego                                                                                                                                                                             | rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej                   |
| potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie                                                                                                                                                             | potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej |
| potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań |                                                                                  |
| potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych                                                                                                                                                                 |                                                                                  |
| zna definicję równania wymiernego                                                                                                                                                                                             |                                                                                  |
| potrafi rozwiązywać proste równania wymierne                                                                                                                                                                                  |                                                                                  |
| wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności                                                                                 |                                                                                  |
| zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$<br>$i \quad ad - cb \neq 0$                                                                                                                   |                                                                                  |
| potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$                                                                                                                                                 |                                                                                  |

| 2                                                                            | 3 |
|------------------------------------------------------------------------------|---|
| $i$ $ad - cb \neq 0$ do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q$                      |   |
| potrafi naszkicować wzór funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$                     |   |
| potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$ |   |

| 4                                                                                      | 5                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych                 | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową) |
| potrafi rozwiązywać równania wymierne                                                  | potrafi rozwiązywać równania z wartością bezwzględną                                                                                                                                  |
| potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem) | potrafi rozwiązywać równania wymierne z parametrem                                                                                                                                    |
| potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie     |                                                                                                                                                                                       |
| potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych                   |                                                                                                                                                                                       |

| 6                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem                                                            |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod |

## II. CIĄGI

|   |                                                  |
|---|--------------------------------------------------|
| 1 | Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów      |
| 2 | Monotoniczność ciągów                            |
| 3 | Ciąg arytmetyczny                                |
| 4 | Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego   |
| 5 | Ciąg geometryczny                                |
| 6 | Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego   |
| 7 | Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne |
| 8 | Lokaty pieniężne i kredyty bankowe               |

Uczeń:

| 2                                                                           | 3                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)                                      | wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym                                      |
| potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | badą w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący                      |
| wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych      | potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości                                              |
| potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym        | wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów                                     |
| potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych                    | potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego; |

| 2                                                                                                                | 3                                                                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna definicję ciągu arytmetycznego                                                                               | stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych                        |
| potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;                                                                   | wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy                   |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny                  | wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy                   |
| wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę                                   | potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;  |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;                            | potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;              |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; | stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych                        |
| zna definicję ciągu geometrycznego;                                                                              | potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; |
| potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych                                                                    | wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie                                        |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;                 | wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny                                        |
| wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz                                    | oblicza oprocentowanie lokaty                                                                   |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;                            | określa okres oszczędzania                                                                      |
| zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;                       | badą, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby                        |
| potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;              |                                                                                                 |
| oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji                                                      |                                                                                                 |

| 4                                                                                                 | 5                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym                                | rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego                                           |
| wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki                                           | potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności |
| potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; | stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu                                                                                |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny       | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu                              |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny                                         |                                                                                                                          |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego            |                                                                                                                          |
| stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym   |                                                                                                                          |
| określa monotoniczność ciągu geometrycznego                                                       |                                                                                                                          |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny       |                                                                                                                          |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego            |                                                                                                                          |
| stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań                                               |                                                                                                                          |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny                                         |                                                                                                                          |
| potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;          |                                                                                                                          |
| potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym                                                        |                                                                                                                          |
| potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym                                   |                                                                                                                          |

|                                                                                       |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------|--|
| rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------|--|

|                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------|
| 6                                                                        |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach |

### III. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA

|   |                                    |
|---|------------------------------------|
| 1 | Reguła mnożenia i reguła dodawania |
| 2 | Wariacje                           |
| 3 | Permutacje                         |
| 4 | Kombinacje                         |

Uczeń:

| 2                                                                                                     | 3                                                                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;                                                            | wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań                       |
| zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;                              | wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań           |
| zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; | wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań         |
| zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;                                     | wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań |
| Potrafi rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;                  | umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności |
| stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek        |                                                                      |
| przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia                                     |                                                                      |
| wypisuje permutacje danego zbioru                                                                     |                                                                      |
| oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru                                                     |                                                                      |
| przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni                                                     |                                                                      |
| oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń                                                                 |                                                                      |
| oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami                                                               |                                                                      |
| stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek       |                                                                      |
| zna symbol Newtona                                                                                    |                                                                      |
| oblicza wartość symbolu Newtona                                                                       |                                                                      |
| zna własności symbolu Newtona                                                                         |                                                                      |
| zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego                                                       |                                                                      |

| 4                                                                                                                                                                                          | 5                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów |
|                                                                                                                                                                                            | prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki                                                                                                                                                                                                                  |

|                                                               |
|---------------------------------------------------------------|
| 6                                                             |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki |



## IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

|   |                                  |
|---|----------------------------------|
| 1 | Podział czworokątów. Trapezoidy  |
| 2 | Trapezy                          |
| 3 | Równoległoboki                   |
| 4 | Podobieństwo. Czworokąty podobne |

**Uczeń:**

| 2                                                                                                                                                                  | 3                                                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna podział czworokątów;                                                                                                                                           | potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań                                                                    |
| potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu; | korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.) |
| wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa $180^\circ$ i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;                              | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.                                                                                                    |
| zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu ;                                                                                                         | umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;                                                                           |
| potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;                                                                                                   |                                                                                                                                                                           |
| zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                        |                                                                                                                                                                           |
| wie, jakie własności ma romb;                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                           |
| zna własności prostokąta i kwadratu;                                                                                                                               |                                                                                                                                                                           |
| wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;                                                                                                    |                                                                                                                                                                           |
| zna własności deltoidu;                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                           |
| zna i rozumie definicję podobieństwa;                                                                                                                              |                                                                                                                                                                           |
| potrafi wskazać figury podobne;                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                           |

| 4                                                                                                                | 5                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków; | umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;                                                                       |
|                                                                                                                  | potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;                                                               |
|                                                                                                                  | korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. |

## V. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA

|   |                                 |
|---|---------------------------------|
| 1 | Pole prostokąta Pole kwadratu   |
| 2 | Pole równoległoboku. Pole rombu |
| 3 | Pole trapezu                    |
| 4 | Pole czworokąta                 |

|   |                      |
|---|----------------------|
| 5 | Pola figur podobnych |
| 6 | Mapa. Skala mapy     |

### Uczeń:

| 2                                                                                                                                                                                                                                              | 3                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna twierdzenie o polach figur podobnych;                                                                                                                                                                                                      | potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;                                                                                                                                                                                          |
| zna twierdzenie sinusów;                                                                                                                                                                                                                       | potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;                                                                                                                                                                                        |
| zna twierdzenie cosinusów;                                                                                                                                                                                                                     | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;                                                                                                               |
| rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;                                                                                                                                                                      | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;  |
| zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;                                                                                                                                                                                                      | potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                                                                                                                 |
| potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;                                                                                                                                                                              | umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                                                                                                                |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych;                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                          |
| zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                          |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań |                                                                                                                                                                                                                                                          |
| potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;                                                                                                                                                         | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie; |
| zna wzory na pole równoległoboku;                                                                                                                                                                                                              | zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.                                                                                                           |
| zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                          |
| zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                          |

| 4                                                                                                                                                                               | 5                                                                                                                                                                                        |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;                                                                                                                | potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;                                                                                                          |
| potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;                                                                                                              | rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.) |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; | potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.                                                                                                                       |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). | potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;                                                                                                                                                                                                                                                            |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;                                                                                                                                                                                                                                                           |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). |

| 6                                                                                                                                             |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.               |  |
| potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;                                 |  |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń  |  |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń. |  |

## VI.GEOMETRIA ANALITYCZNA

|   |                                                                            |
|---|----------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka                           |
| 2 | Proste w układzie współrzędnych                                            |
| 3 | Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi |
| 4 | Pole trójkąta. Pole wielokąta                                              |
| 5 | Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu                       |

**Uczeń:**

| 2                                                                                                          | 3                                                                                                                                                       |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;                                | potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora                |
| potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora                      | potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań                                                                        |
| potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)               | potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; |
| zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej                            | potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;                                                               |
| potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie) | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;                          |

|                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;                                                                                                                                                                                                  | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);                                                                                                    |
| potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b); | potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt; |
| potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;                                                                                                                                                                              | potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;                                                                                                                                 |
| potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;                                                                                                                                 | potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;                                                                                                                                |
| potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;                                                                                                                                                                        | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);                                                                         |
| potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;                                                                                                                                                         | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);                                                                                                   |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                           |
| zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);                                                                  |                                                                                                                                                                                                           |
| zna definicję równania ogólnego prostej;                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                           |
| zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                           |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                           |
| zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych                                                                                                                                                                            | potrafi zastosować w zadaniach warunki na równoległość wektorów                                                                                                                                           |
| potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne                                                                                                                                                      | potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki                                                                                                                                               |
| zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej                                                                                                                                                               | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń)                                                                          |
| zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki                                                                                                                                                                                | potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;                                                                                                         |
| potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi                                                                                                                                                                        | potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu                                                                                                                     |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                           |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów;                                                                                      |                                                                                                                                                                                                           |

|                                                                                                                                                  |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu                                                                                    |  |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;                    |  |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |  |
| wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią                                                                                                    |  |

| 4                                                                                                                                    | 5                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności                                    | sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe                                                                                  |
| potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych                                             | rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;                                              |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;        | potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;                                                         |
| potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;                        | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;                                                    |
|                                                                                                                                      | potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;                     |
|                                                                                                                                      | potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki; |
| rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry                                                                | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności                                             |
| rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów |                                                                                                                                   |
| rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest jego pole)   |                                                                                                                                   |
| stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności                                                                 |                                                                                                                                   |
| potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią                                                                     |                                                                                                                                   |
| 6                                                                                                                                    |                                                                                                                                   |
| rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;                                            |                                                                                                                                   |
| potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (odległość punktu od prostej)                                                     |                                                                                                                                   |

## Wymagania na poszczególne oceny

### KLASA 3

#### ZAKRES PODSTAWOWY I ZAKRES ROZSZERZONY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.

### I. UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE

|   |                                                                       |
|---|-----------------------------------------------------------------------|
| 1 | Ułamek algebraiczny. Skracanie i rozszerzanie ułamków algebraicznych. |
|---|-----------------------------------------------------------------------|

|    |                                                                                                                         |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 2  | Dodawanie i odejmowanie ułamków algebraicznych                                                                          |
| 3  | Mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych                                                                             |
| 4  | Działania na ułamkach algebraicznych                                                                                    |
| 5  | Równania wymierne                                                                                                       |
| 6  | Zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych                                                                        |
| 7  | Nierówności wymierne                                                                                                    |
| 8  | Zadania na dowodzenie z zastosowaniem średniej arytmetycznej, średniej geometrycznej i średniej kwadratowej kilku liczb |
| 9  | Funkcja homograficzna                                                                                                   |
| 10 | Funkcje wymierne                                                                                                        |

### Uczeń:

| 2                                                                                                                                                                                                                             | 3                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej                                                                                                                                                                             | potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych |
| potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego                                                                                                                                                                             | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych           |
| potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie                                                                                                                                                             | rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej                          |
| potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań | rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych                     |
| potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych                                                                                                                                                                 | potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej        |
| zna definicję równania wymiernego                                                                                                                                                                                             |                                                                                         |
| potrafi rozwiązywać proste równania wymierne                                                                                                                                                                                  |                                                                                         |
| zna definicję nierówności wymiernej                                                                                                                                                                                           |                                                                                         |
| potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne                                                                                                                                                                               |                                                                                         |
| wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności                                                                                 |                                                                                         |
| wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem                                                                                                                            |                                                                                         |
| zna definicję funkcji wymiernej                                                                                                                                                                                               |                                                                                         |
| potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej                                                                                                                                                                                  |                                                                                         |
| zna definicję funkcji homograficznej $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ i $ad - cb \neq 0$                                                                                                                            |                                                                                         |
| potrafi przekształcić wzór funkcji $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ , gdzie $c \neq 0$ i $ad - cb \neq 0$ do postaci $y = \frac{k}{x-p} + q$                                                                                           |                                                                                         |
| potrafi naszkicować wzór funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$                                                                                                                                                                      |                                                                                         |

|                                                                                                                     |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi $OY$ |  |
| potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y = \frac{k}{x-p} + q$                                        |  |

| 4                                                                                                                                                                                                     | 5                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych                                                                                                                                | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową) |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne                                                                                                                                                   | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną                                                                                                           |
| potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem)                                                                                                                | potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną)                                                                                            |
| potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej                                                                                                                                                          | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem                                                                                                                      |
| potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie                                                                                                                    | potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych                                                                                                                            |
| potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji                                                                     | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej                                                                                                   |
| potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna |                                                                                                                                                                                       |
| potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                       |

| 6                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem                                                            |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod |

## II. CIĄGI

|    |                                                  |
|----|--------------------------------------------------|
| 1  | Określenie ciągu. Sposoby opisywania ciągów      |
| 2  | Monotoniczność ciągów                            |
| 3  | Ciąg arytmetyczny                                |
| 4  | Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego   |
| 5  | Ciąg geometryczny                                |
| 6  | Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego   |
| 7  | Ciąg arytmetyczny i geometryczny – zadania różne |
| 8  | Lokaty pieniężne i kredyty bankowe               |
| 9  | Granica ciągu liczbowego                         |
| 10 | Obliczanie granic ciągów zbieżnych               |



|    |                                    |
|----|------------------------------------|
| 11 | Wybrane własności ciągów zbieżnych |
| 12 | Ciągi rozbieżne do nieskończoności |
| 13 | Szereg geometryczny                |

### Uczeń:

| 2                                                                                                                  | 3                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna definicję ciągu (ciągu liczbowego)                                                                             | wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym                                                                                                       |
| potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym                                        | bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowy jest rosnący czy malejący                                                                                         |
| wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych                                             | potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości                                                                                                               |
| potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym                                               | wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów                                                                                                      |
| potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych                                                           | potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;                                                                  |
| zna definicję ciągu arytmetycznego                                                                                 | stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych                                                                                        |
| potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych;                                                                     | określa monotoniczność ciągu arytmetycznego                                                                                                                     |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny                    | wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy                                                                                   |
| wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę                                     | wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy                                                                                   |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na $n$ -ty wyraz ciągu arytmetycznego;                           | potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;                                                                  |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę $n$ kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; | potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;                                                                              |
| zna definicję ciągu geometrycznego;                                                                                | stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych                                                                                        |
| potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych                                                                      | potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;                                                                 |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny;                   | potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady)                                                                              |
| wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz                                      | potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne); |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na $n$ -ty wyraz ciągu geometrycznego;                           | wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie                                                                                                        |
| zna i potrafi stosować wzór na sumę $n$ kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;                       | wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny                                                                                                        |
| potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów;                | oblicza oprocentowanie lokaty                                                                                                                                   |
| oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji                                                        | określa okres oszczędzania                                                                                                                                      |
| rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego;                                                    | bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby                                                                                        |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych;                     | oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych                                               |



|                                                                         |                                               |
|-------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady);           | oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego |
| potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego;           |                                               |
| zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu; |                                               |
| sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny                     |                                               |

| 4                                                                                                               | 5                                                                                                                        |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym                                              | potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu                                                |
| wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki                                                         | potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych;                                                                       |
| potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;               | potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności;                                      |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny                     | rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego                                           |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny                                                       | potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego                          | stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu                                                                                |
| stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym                 | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu                              |
| określa monotoniczność ciągu geometrycznego                                                                     | zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu                        |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny                     | potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym.                           |
| potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego                          |                                                                                                                          |
| stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań                                                             |                                                                                                                          |
| wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny                                                       |                                                                                                                          |
| potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych;                        |                                                                                                                          |
| potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym                                                                      |                                                                                                                          |
| potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym                                                 |                                                                                                                          |
| rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym                           |                                                                                                                          |
| oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych          |                                                                                                                          |
| zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego                                              |                                                                                                                          |
| zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych                                         |                                                                                                                          |
| stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym |                                                                                                                          |
| 6                                                                                                               |                                                                                                                          |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach                                        |                                                                                                                          |

### III. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA

|   |                                               |
|---|-----------------------------------------------|
| 1 | Reguła mnożenia i reguła dodawania            |
| 2 | Wariacje                                      |
| 3 | Permutacje                                    |
| 4 | Kombinacje                                    |
| 5 | Kombinatoryka – zadania różne                 |
| 6 | Symbol Newtona. Wzór Newtona. Trójkąt Pascala |

**Uczeń:**

| 2                                                                                                     | 3                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia;                                                            | wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań                                           |
| zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji;                              | wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań                               |
| zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; | wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań                             |
| zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji;                                     | wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań                     |
| zywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów;                                | umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności                     |
| stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek        | wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona                                                       |
| przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia                                     | w oparciu o wzór Newtona wyznacza wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów |
| wypisuje permutacje danego zbioru                                                                     | rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona                             |
| oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru                                                     |                                                                                          |
| przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni                                                     |                                                                                          |
| oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń                                                                 |                                                                                          |
| oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami                                                               |                                                                                          |
| stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek       |                                                                                          |
| zna symbol Newtona                                                                                    |                                                                                          |
| oblicza wartość symbolu Newtona                                                                       |                                                                                          |
| zna własności symbolu Newtona                                                                         |                                                                                          |
| zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego                                                       |                                                                                          |

| 4                                                                                                                                                                                          | 5                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów |

|                                                                |                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona | prowodzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki                                 |
|                                                                | prowodzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala |
| 6                                                              |                                                                                      |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki  |                                                                                      |

#### IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY

|   |                                                                                 |
|---|---------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Podział czworokątów. Trapezoidy                                                 |
| 2 | Trapezy                                                                         |
| 3 | Równoległoboki                                                                  |
| 4 | Okrąg opisany na czworokącie                                                    |
| 5 | Okrąg wpisany w czworokąt                                                       |
| 6 | Okrąg opisany na czworokącie, okrąg wpisany w czworokąt – zadania na dowodzenie |
| 7 | Podobieństwo. Czworokąty podobne                                                |

**Uczeń:**

| 2                                                                                                                                                                                                  | 3                                                                                                                                                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna podział czworokątów;                                                                                                                                                                           | potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań                                                                    |
| potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu;                                 | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu;      |
| wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa $180^\circ$ i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań;                                                              | korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.) |
| zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu ;                                                                                                                                         | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów.                                                                                                    |
| potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów;                                                                                                                                   | umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt;                                                                           |
| zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                                                        |                                                                                                                                                                           |
| wie, jakie własności ma romb;                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                           |
| zna własności prostokąta i kwadratu;                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                           |
| wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur;                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                           |
| zna własności deltoidu;                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                           |
| rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu;                                                                                                        |                                                                                                                                                                           |
| zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań; |                                                                                                                                                                           |

|                                                                                                               |  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg; |  |
| zna i rozumie definicję podobieństwa;                                                                         |  |
| potrafi wskazać figury podobne;                                                                               |  |

| 4                                                                                                                                                                                                            | 5                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków;                                                                                             | umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu;                                                                       |
| potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności;                                                    | potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu;                                                               |
| potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu; | potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta;        |
|                                                                                                                                                                                                              | korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. |

## V. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA

|   |                                 |
|---|---------------------------------|
| 1 | Pole prostokąta Pole kwadratu   |
| 2 | Pole równoległoboku. Pole rombu |
| 3 | Pole trapezu                    |
| 4 | Pole czworokąta                 |
| 5 | Pola figur podobnych            |
| 6 | Mapa. Skala mapy                |

Uczeń:

| 2                                                                         | 3                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna twierdzenie o polach figur podobnych;                                 | potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;                                                                                                                                                                                         |
| zna twierdzenie sinusów;                                                  | potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;                                                                                                                                                                                       |
| zna twierdzenie cosinusów;                                                | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;                                                                                                              |
| rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; |
| zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;                                 | potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                                                                                                                |

|                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;                                                                                                                                                                              | umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;                                                                                                                                                                |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych;                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                          |
| zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                          |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań |                                                                                                                                                                                                                                                          |
| potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań;                                                                                                                                                         | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie; |
| zna wzory na pole równoległoboku;                                                                                                                                                                                                              | zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności.                                                                                                           |
| zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                          |
| zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia;                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                          |

| 4                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 5                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;                                                                                                                                                                                                                                    | potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;                                                                                                                                                                                                                     |
| potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;                                                                                                                                                                                                                                  | rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)                                                                                                            |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;                                                                                                                     | potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.                                                                                                                                                                                                                                  |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). | potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku;                                                                                                                                                                                                                                                    |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu;                                                                                                                                                                                                                                                            |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu;                                                                                                                                                                                                                                                           |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). |

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.

potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń.

## VI. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ

|    |                                                       |
|----|-------------------------------------------------------|
| 1  | Granica funkcji w punkcie                             |
| 2  | Obliczanie granicy funkcji w punkcie                  |
| 3  | Granice jednostronne funkcji w punkcie                |
| 4  | Granica funkcji w nieskończoności                     |
| 5  | Granica niewłaściwa funkcji                           |
| 6  | Ciągłość funkcji w punkcie                            |
| 7  | Ciągłość funkcji w zbiorze                            |
| 8  | Asymptoty wykresu funkcji                             |
| 9  | Pochodna funkcji w punkcie                            |
| 10 | Funkcja pochodna                                      |
| 11 | Funkcja złożona. Pochodna funkcji złożonej            |
| 12 | Styczna do wykresu funkcji                            |
| 13 | Pochodna funkcji a monotoniczność funkcji             |
| 14 | Ekstrema lokalne funkcji                              |
| 15 | Największa i najmniejsza wartość funkcji w przedziale |
| 16 | Zadania optymalizacyjne                               |

**Uczeń:**

| 2                                                                                | 3                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu | uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie                                                                     |
| zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie                                  | oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie |
| oblicza granice funkcji w punkcie                                                | oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie                                                                                                        |
| zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie                            | stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie                                          |
| oblicza granice funkcji w nieskończoności                                        | sprawdza ciągłość funkcji w punkcie                                                                                                                   |
| oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie                       | sprawdza ciągłość funkcji                                                                                                                             |

|                                                                                                                                |                                                                                                       |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie                                                                                  | wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji                                                   |
| wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji                                                                           | stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania |
| wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji                                                                           | potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze)                        |
| zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie                                                                                | potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji                                          |
| korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie                                                                    | potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej                                             |
| zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji                                                                                        | potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej                                                          |
| zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie                                                                              | potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym |
| potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów                                           | potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naskicować jej wykres                    |
| zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej                                                    | potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych                |
| <b>4</b>                                                                                                                       | <b>5</b>                                                                                              |
| potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze                               | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji                          |
| stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym   | potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań             |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach                                                                          | potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk                                               |
| zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań (twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa) | potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji                                                         |
| potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją)          | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności                                                   |
| zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji                                                                   |                                                                                                       |
| potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna              |                                                                                                       |
| potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych                                                   |                                                                                                       |
| wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki                                               |                                                                                                       |
| wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna                                                                |                                                                                                       |
| wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie                                                  |                                                                                                       |
| <b>6</b>                                                                                                                       |                                                                                                       |
| rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną;                                                                    |                                                                                                       |

## VII. TRYGONOMETRIA

|          |                                                     |
|----------|-----------------------------------------------------|
| <b>1</b> | Przekształcenia wykresów funkcji trygonometrycznych |
| <b>2</b> | Równania trygonometryczne                           |
| <b>3</b> | Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy             |
| <b>4</b> | Funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta        |



|   |                                           |
|---|-------------------------------------------|
| 5 | Sumy i różnice funkcji trygonometrycznych |
| 6 | Nierówności trygonometryczne              |
| 7 | Pochodne funkcji trygonometrycznych       |

### Uczeń:

| 2                                                                                                                                                                                                                                                  | 3                                                                                                                                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;                                                                                                                                                                                 | potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;            |
| potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;                                                                                                                             | zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;                                                               |
| potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);                                                                                                                | potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;                               |
| potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;                                                                                                                                                                                                          | potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta                                                                                             |
| zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;                                                                                                                                                     | potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta; |
| wie co to jest miara łukowa kąta;                                                                                                                                                                                                                  | potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń;                                                                           |
| potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie                                                                                                                                                                                          | potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu $y=ax$                        |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;                                                                                                                                                                                           | umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $\alpha$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;   |
| umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach;                                                                                                                                                                  | potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;                                        |
| potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta                                                                                                                         | potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;                                        |
| zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;                                                                                                                                                                   | zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;                                         |
| zna wzory redukcyjne;                                                                                                                                                                                                                              | potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;                                                                         |
| potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \sin x$ i omówić jej własności;                                                                                                                                                                            | potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów                           |
| potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \cos x$ i omówić jej własności;                                                                                                                                                                            | potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach);                                                       |
| potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{tg} x$ i omówić jej własności;                                                                                                                                                               | wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;                                                                                        |
| potrafi naszkicować wykres funkcji $y = \operatorname{ctg} x$ i omówić jej własności;                                                                                                                                                              |                                                                                                                                            |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe o dany wektor) | potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;        |

|                                                                                                        |                                                                                                                                                 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; | oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne                                                                 |
| potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych                                      | oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych |
| zna granice funkcji $\frac{\sin x}{x}$ przy $x$ dążącym do 0                                           |                                                                                                                                                 |
| zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować                                    |                                                                                                                                                 |

| 4                                                                                                                                                                                                | 5                                                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;                                                                                                          | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;                                                   |
| potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;                                                                                                                                      | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;                           |
| potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;                                                                                                        | potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;                                                                                                                    |
| wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta;                                                                                                        | potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;                                                                                                  |
| potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta                             | potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;                                                                                                                                 |
| potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej                                                                                                                           | potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkicować jej wykres, w przypadkach gdy wzór funkcji wymaga przekształcenia;                                                                        |
| potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)                                                                  | potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \neq 0$ ; |
| potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                            |
| potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                            |
| potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta);                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                            |
| potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                            |
| potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki;                                                                                              |                                                                                                                                                                                            |
| potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;                                                                                                 |                                                                                                                                                                                            |
| potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów;                                                                                                 |                                                                                                                                                                                            |
| potrafi szkicować wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$ ;                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                            |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \neq 0$ ; |                                                                                                                                                                                            |

|                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: $y =  f(x) $ , $y = f( x )$ , $y = s \cdot f(x)$ oraz $y = f(s \cdot x)$ , gdzie $s \in \mathbb{R}$ ;                              | potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych;                   |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych w których we wzorach występuje pierwiastek                                                                                                                               | potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta; |
| potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych; | potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów;                                                                                                                             |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych                                                                                                                        | potrafi rozwiązywać równania/nierówności trygonometryczne w których występuje parametr                                                                                                                                                            |
| potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne                                                                                                                                         | potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania/nierówności trygonometryczne                                                                                                        |
| potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| <b>6</b>                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                   |
| potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                   |

## VIII. GEOMETRIA ANALITYCZNA

|   |                                                                            |
|---|----------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Wektor w układzie współrzędnych. Podział odcinka                           |
| 2 | Kąt między niezerowymi wektorami                                           |
| 3 | Proste w układzie współrzędnych                                            |
| 4 | Odległość punktu od prostej. Odległość między dwiema prostymi równoległymi |
| 5 | Pole trójkąta. Pole wielokąta                                              |
| 6 | Równanie okręgu. Wzajemne położenie prostej i okręgu                       |
| 7 | Wzajemne położenie dwóch okręgów                                           |
| 8 | Wybrane przekształcenia geometryczne w układzie współrzędnych              |

Uczeń:

|                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy;                                                                                                                                                           | potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora                                                                  |
| potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora                                                                                                                                                 | potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań                                                                                                                          |
| potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)                                                                                                                                          | potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;                                                   |
| zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej                                                                                                                                                       | potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;                                                                                                                 |
| potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)                                                                                                                            | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;                                                                            |
| zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;                                                                                                                                                                                                  | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);                                                                                                    |
| potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b); | potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt; |
| potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;                                                                                                                                                                              | potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;                                                                                                                                 |
| potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;                                                                                                                                 | potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;                                                                                                                                |
| potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;                                                                                                                                                                        | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);                                                                         |
| potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;                                                                                                                                                         | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);                                                                                                   |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                           |
| zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);                                                                  |                                                                                                                                                                                                           |
| zna definicję równania ogólnego prostej;                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                           |
| zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                           |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                           |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                           |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                           |

|                                                                                                                                                  |                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;                                                 |                                                                                                                                  |
| zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych                                                                                       | potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory                               |
| potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne                                                                 | potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów                                                  |
| zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory                                                                                       | potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki                                                                      |
| zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory                                                                        | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń) |
| zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów                                                                                             | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);                          |
| zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej                                                                          | potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;                                                                                   |
| zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki                                                                                           | potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach;                                |
| potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi                                                                                   | potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem jednokładności.                                                               |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;                                                                                 | potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu                                            |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;                                                                          |                                                                                                                                  |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;                                                               |                                                                                                                                  |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;                                                               |                                                                                                                                  |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;                                                 |                                                                                                                                  |
| zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu                                                                                    |                                                                                                                                  |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |                                                                                                                                  |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;                    |                                                                                                                                  |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |                                                                                                                                  |
| wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią                                                                                                    |                                                                                                                                  |
| zna pojęcie jednokładności o środku S i skali $k \neq 0$ (także w ujęciu analitycznym);                                                          |                                                                                                                                  |

| 4                                                                                                 | 5                                                                                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności | sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe                                     |
| potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych          | rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej; |

| 4                                                                                                                                              | 5                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;                  | potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;                                                         |
| potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;                                  | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;                                                    |
|                                                                                                                                                | potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;                     |
|                                                                                                                                                | potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki; |
| rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry                                                                          | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności                                             |
| rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów           | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną                                                |
| rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole)                  |                                                                                                                                   |
| stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności                                                                           |                                                                                                                                   |
| dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się                                                         |                                                                                                                                   |
| potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią                                                                               |                                                                                                                                   |
| 6                                                                                                                                              |                                                                                                                                   |
| rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;                                                      |                                                                                                                                   |
| potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej) |                                                                                                                                   |

Zespół matematyczny  
mgr Magdalena Grodzka-Bulge  
mgr Aneta Bala  
mgr Katarzyna Jastrzębowska